102 年試辦國中教育會考數學科非選擇題樣卷說明

一、第 1 題試題內容、評分指引、樣卷說明

＜試題內容＞

罐頭工廠生產了 400 個罐頭並排成一列，由左至右分別標記號碼 1~400。檢驗員從中抽出罐頭檢驗，首先抽出 5 號罐頭，之後向右走，並以某固定的間隔陸續抽出罐頭。若此檢驗員抽出 15 個罐頭後，無法再依此方式抽出第 16 個，則最後一個被抽出的罐頭號碼為何？請寫出所有可能的答案與計算過程。

＜評分指引＞依據評分規準，此題評分指引如下：

分數	評分指引
3	1. 使用臆測可能間隔代入檢驗的策略找到所有可能的罐頭號碼(383 與 397)，並以計算或說明的方式呈現其它罐頭號碼(或間隔)不可能的原因。 2. 使用「解等差數列第 n 項不等式」的策略求出公差的上界(28)，並以計算或說明的方式呈現公差的下界(27)，或是先求出公差的下界，並以計算或說明的方式呈現公差的上界，找出所有可能的罐頭號碼(383 與 397)。
2	1. 使用臆測可能間隔代入檢驗的策略，並以計算或說明的方式呈現其它罐頭號碼(或間隔)不可能的原因，但未求出罐頭號碼數或過程中出現計算錯誤。 2. 使用臆測可能間隔代入檢驗的策略，且正確找出間隔(27 與 28)或所有可能的罐頭號碼，但未以計算或說明的方式呈現其它罐頭號碼(或間隔)不可能的原因。 3. 使用「解等差數列第 n 項不等式」的策略求出公差的上界，並以計算或說明的方式呈現公差的下界，或是先求出公差的下界，並以計算或說明的方式呈現公差的上界，但未求出罐頭號碼數或過程中出現計算錯誤。 4. 使用「解等差數列第 n 項不等式」的策略，且正確找出公差(27 與 28)或所有可能的罐頭號碼，但未以計算或說明的方式呈現公差的下界(或上界)。
1	1. 使用臆測可能間隔代入檢驗的策略方向求解，即臆測可能的間隔代入檢驗是否 $a_{15} \leq 400$ 且 $a_{16} > 400$，但間隔(公差)、首項、項數數值選擇錯誤或忽略未考慮。 2. 使用臆測可能間隔代入檢驗的策略方向求解，即臆測可能的間隔代入檢驗是否 $a_{15} \leq 400$ 且 $a_{16} > 400$，但間隔只考慮上界或下界之一。 3. 使用「解等差數列第 n 項不等式」的策略的方向求解，即列

	出恰當的等差數列公式及不等式的關係式，但公差的上界或下界、首項、項數數值選擇錯誤或忽略未考慮或公式引用錯誤。 4. 使用「解等差數列第 n 項不等式」的策略的方向求解，即列出恰當的等差數列公式及不等式的關係式(含只求出公差的上界或下界之一)。
0	1. 將題目的數值作一些計算，但策略錯誤或模糊。 2. 只寫出與解題過程無關的內容。 3. 沒有計算過程只寫出答案。

＜樣卷說明＞

3 分樣卷一：

$5+26\times14=369$

$369+26<400 \Longrightarrow (\times)$

$5+27\times14=383$

$383+27>400 \Longrightarrow (\circ)$

$5+28\times14=397$

$397+28>400 \Longrightarrow (\circ)$

$5+29\times14=411$

$411+29>400 \Longrightarrow (\times)$

$\therefore \boxed{383 \text{ or } 397}$

說明：臆測可能間隔代入檢驗，找出所有可能的罐頭號碼 383、397；並以計算方式呈現間隔不可能為 26 與 29 的原因。

3 分樣卷二：

$5+14d \leq 400$

$14d \leq 395$

$d \leq 28\frac{3}{14}$

$d = 28$

$5+14\times 28 = 397$

$5+14\times 27 = 383$

$5+14\times 26 = 369$ 不合 $\because 369+26 = 395$ 第16項

A: 397.383

說明：利用等差數列公式及不等式求出公差的上界為 28，且以計算方式說明公差的下界為 27，並找出所有可能的罐頭號碼為 383、397。

2 分樣卷一：

設固定的間隔為x

$5+14x < 400$

$14x < 395$

$x < 28.21\ldots$

x最大為28

$5+15x > 400$

$15x > 395$

$x > 26.333\ldots$

5+

x最小為27

A: 392, 378號

說明：利用等差數列公式及不等式求出公差的上下界，但求罐頭號碼時出現漏加 5 之計算錯誤。

2 分樣卷二：

設5號罐頭為首項 a_1 公差為 d

第15個罐頭為 a_1+14d.

$(400-5)\div 14=28\ldots3$

① $a_1=5$

$d=28$ 時,

$a_{15}=5+14\times28$

$=397$ #

② $a_1=5$

$d=27$ 時,

$a_{15}=5+14\times28$

$=383$ #

A: 397號

383號

說明：臆測可能間隔代入檢驗，且正確找出所有可能的罐頭號碼為 383、397。但未說明間隔不可能為 26 的原因，表達不夠完整。

1 分樣卷一：

$15-1=14$

400個罐頭扣掉前5個

$400-5=395$

$395\div14=28\ldots3$

每28個抽一罐

最後一罐的後面剩3罐

$400-3=397$

A= 397號

說明：能臆測可能間隔代入檢驗第 15 個罐頭號碼是否小於 400(且該號碼與 400 的間距小於抽選間隔，即第 16 個罐頭號碼大於 400)；但間隔只考慮上界 28。

1 分樣卷二：

$a_1=5.\quad n=15$

$a_n=a_1+(n-1)\times d\le 400$

$\Rightarrow 5+(15-1)\times d\le 400$

$5+14d\le 400$

$14d\le 395,\ d\le 28.$

$a_n=a_1+(n-1)\times d$

$=5+(15-1)\times 28$

$=397$

A: 397.

說明：能列出恰當的等差數列公式及不等式的關係式，但只求出公差之上界。

0 分樣卷一：

□ □ □ □ 5 ---- 10 ----

每距離4個抽出一個罐頭

∴ 被抽出的罐頭為5的倍數

5的倍數：5、10、15、20、25、30、35
40、45、50、55、60、65、70
75、……

5的第15個倍數為75

↳ 所以最後一個被抽出的號碼為75#

說明：直接以 5 為公差代入求出第 15 個罐頭可能的號碼，策略錯誤。

0 分樣卷二：

$400 \div 5 = 20$

$a_1 = 5$

$S_n = \frac{a_1 + a_1 + (n-1)d}{2}$

$400 = \frac{2 \cdot 5 + (n-1)5}{2}$

$800 = 10 + 5n - 5$

$805 = 5n$

$161 = n$

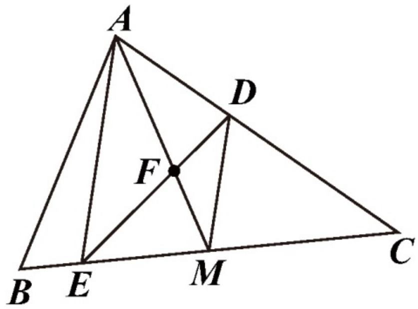
Ans: 161 號

說明：使用等差級數公式，列出不恰當的關係式，策略錯誤。

二、第 2 題試題內容、評分指引、樣卷說明

＜試題內容＞

如圖(十三)，$\triangle ABC$ 中，M 為 $\overline{BC}$ 中點，D、E 兩點分別在 $\overline{AC}$、$\overline{BC}$ 上，且 $\overline{AE} \parallel \overline{DM}$，$\overline{AM}$ 與 $\overline{DE}$ 相交於 F 點。請說明為何 $\triangle CDE$ 面積為 $\triangle ABC$ 面積的一半。



圖(十三)

＜評分指引＞依據評分規準，此題評分指引如下：

分數	評分指引
3	1. 以面積替換的策略正確推論出結論，推論中需包含所有重要步驟與理由。 2. 以線段比例的策略正確推論出結論，推論中需包含所有重要步驟與理由。
2	1. 以面積替換的策略正確推論出結論，推論中僅缺少某一個重要步驟或需說明的理由。(例如：呈現$\triangle AFD=\triangle EFM$，但缺少理由，視為缺少此重要步驟之理由。) 2. 以線段比例的策略正確推論出結論，推論中僅缺少某一個重要步驟或需說明的理由。 3. 以恰當策略推論出結論，包含所有重要步驟(含理由)，但缺乏部分步驟間的合理性。
1	1. 以面積替換策略推論，不只缺少一個重要步驟或需說明的理由，但有提到某一個重要步驟。 2. 嘗試使用面積替換策略，但錯誤引用性質或定理。 3. 以線段比例策略推論，不只缺少一個重要步驟或需說明的理由，但有提到某一個重要步驟。 4. 嘗試使用線段比例策略，但錯誤引用性質或定理。
0	1. 將題目所提數學物件作一些計算或列一些關係式，但策略錯誤或模糊。 2. 只寫出與解題過程無關的內容。 3. 沒有計算或推理過程只寫出答案。

＜樣卷說明＞

3 分樣卷一：

①在△ABC中

∵M為$\overline{BC}$中點

∴△ABM面積=△AMC面積

②在△AMC和△DEC中

∵△ADF面積=△FEM面積

(梯形  面積相同)

∴△ADF+DFMC=△FEM+DFMC

⇒△AMC=△DEC

又∵△AMC=$\frac{1}{2}$△ABC

∴△CDE=$\frac{1}{2}$△ABC #

說明：以面積替換的策略推論，過程中包含所有重要步驟且合理完整。

3 分樣卷二：

$$\overline{CD}:\overline{CA}=\overline{Dh}:\overline{AH}=\overline{CM}:\overline{CE}$$

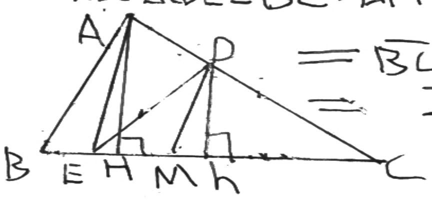
$$\overline{CE}=\frac{\overline{CM}\times\overline{AH}}{\overline{Dh}}$$

$$\triangle ABC=\overline{BC}\times\overline{AH}\times\frac{1}{2}$$

$$\triangle CDE=\overline{CE}\times\overline{Dh}\times\frac{1}{2}$$

$$=\frac{\overline{CM}\times\overline{AH}}{\cancel{\overline{Dh}}}\times\cancel{\overline{Dh}}\times\frac{1}{2}$$

$$\triangle ABC:\triangle CDE=\overline{BC}\times\cancel{\overline{AH}\times\frac{1}{2}}:\overline{CM}\times\cancel{\overline{AH}\times\frac{1}{2}}$$



$$=\overline{BC}:\overline{CM}$$

$$=2:1$$

說明：以線段比例的策略推論，過程中包含所有重要步驟且合理完整。

2 分樣卷一：

∵M 為 $\overline{BC}$ 中點，$\overline{BM}=\overline{CM}$.
∴△ABM面積＝△ACM面積（h同）
在梯形 DMAE 中，$\overline{DM}=\overline{DM}$
△EDM面積＝△ADM面積（h 同）
同扣掉 △FDM
△ADF＝△EFM
所以 △CDE ＝ $\frac{1}{2}$ △ABC

說明：以面積替換的策略推論出結論，但推論中缺少△*CDE* 面積等於△*AMC* 或$\frac{1}{2}$△*ABC* 面積的推導步驟。

2 分樣卷二：

∵ $\overline{BM}=\overline{MC}$
∴△AMC面積為△ABC的$\frac{1}{2}$
又 △FEM面積＝△ADF面積
∴ △DEC面積 ＝△ AMC面積
即 △ABC面積的一半 #

說明：以面積替換的策略推論出結論，但未說明△*FEM* 面積等於△*ADF* 面積的理由。

1 分樣卷一：

△ADF 與 △FME 面積同

而 △ABM 和△AMC 同底等高
同面積

故 △CDE 面積 為 △ABC 面積 的 $\frac{1}{2}$

說明：僅提到面積替換策略中的一個重要步驟(同底等高，△*ABM* 面積等於△*AMC* 面積)；但△*ADF* 面積等於△*FME* 面積沒有說明理由。

1 分樣卷二：

∵ $\overline{AE} // \overline{DM}$ ∴ $\overline{EM} = \overline{AD}$ $\overline{DF} = \overline{FM}$

$\overline{AF} = \overline{FE}$

∴ △ADF ≅ △EFM (sss)

∵ △ADF ≅ △EFM

又 $\overline{CM}$ 為 $\overline{BC}$ 中點

∴ △DEC = △AMC

= △ABC 的一半 ※

說明：有嘗試使用面積替換，但錯誤引用全等性質。

0 分樣卷一：

∵ M為 $\overline{BC}$ 的中點

⇒ $\overline{BM}:\overline{MC}=1:1$

⇒ $\overline{BC}:\overline{MC}=2:1$

$\triangle ABC : \triangle CDE = 2:1$

∴ $\triangle CDE$ 的面積為 $\triangle ABC$ 的一半

說明： 策略模糊，未含任何重要步驟。

0 分樣卷二：

1 ① $\angle E=\angle D$（對頂角）

② $\angle A=\angle M$（對頂角）

③ ∵ $\frac{1}{2}\overline{EF}=\overline{DF}$，$\frac{1}{2}\overline{AF}=\overline{MF}$

（∴ $\frac{1}{2}\overline{EA}=\overline{MD}$）

∴ $\triangle CDE$ 的面積為 $\triangle ABC$ 的一半

說明： 策略模糊，未含任何重要步驟。